

Problem set 3

Solve two problems with written solutions to be handed in by November 19.

Those students who have already taken one course on Statistical Physics can swap the solution of one of the problems by mentoring one or two students who have not taken any course on Statistical Physics before.

The grade will take into account the written solutions as well as any discussion of these on the week after they were handed in. Successful mentoring will be graded with top marks (18-20).

1.

A elasticidade de uma banda de borracha, pode ser descrita em termos de um modelo unidimensional de um polímero, com N moléculas ligadas pelas extremidades. O ângulo entre ligações sucessivas é 0° ou 180° , com igual probabilidade.

a) Calcule o número de configurações, $g(N, m)$, compatíveis com um comprimento total, $L = 2md$, onde m é positivo e d é o comprimento de uma ligação. Indique claramente todos os raciocínios que fizer.

b) Calcule o limite de $g(N, m)$, para $m \ll N$ e derive uma expressão para a entropia, como função de L , para $N \gg 1$ e $L \ll Nd$.

c) Determine a força necessária, para manter um comprimento L com $L \ll Nd$.

d) Determine a relação entre a força e o comprimento, para qualquer valor de L , com $N \gg 1$.

2.

a) Derive uma estatística quântica intermédia (partículas independentes) em que o número máximo de ocupação de cada estado, com energia, ϵ_k , é $1 < m < \infty$.

b) Especifique para o caso $m = 3$ e compare com bosões e fermiões.

c) Os resultados da alínea a) foram derivados em 1940, por E. Gentile e foram até há muito pouco tempo, considerados de interesse académico. Comente.

3.

Uma caixa de neutrinos foi construída no País das Maravilhas. O seu calor específico a volume constante, foi medido a $T = 150K$ e obteve-se, $10^{-2} JK^{-1} m^{-3}$. Supondo que as partículas têm spin $\frac{1}{2}$, massa em repouso, $m_0 = 0$, e são partículas relativistas, estime a sua densidade dentro da caixa. (Suponha que não existe qualquer interacção entre os neutrinos).

4.

a) Electrões e positrões ideais estão em equilíbrio com fotões de radiação térmico. A temperatura é tão elevada, que a energia em repouso das partículas pode ser desprezada. Se os electrões e positrões ocorrerem em igual número, N , obtenha a expressão para N e para a energia interna, E , das partículas.

b) Use a reacção, $e^+ + e^- \rightarrow \gamma$, para mostrar que os potenciais químicos dos electrões e positrões satisfazem, $\mu^+ = \mu^- = 0$.

c) Estabeleça que N e E são respectivamente $\frac{3}{4}$ e $\frac{7}{8}$ dos valores correspondentes à radiação, à mesma temperatura.